

הסברים לתשובות למבחן לדוגמא 2 - יוני 2016

1. המשתנה זמן משחק הוא משתנה כמותי עם אפס מוחלט, כלומר היעדר שעות משחק משמעותו היעדר התופעה הנמדדת ולכן הוא משתנה בסולם מנה. כנ"ל לגבי המשתנה מספר ארועי האלימות ביום אך בגלל הוספת קבוע השווה ל 5 למשתנה זה הרי שהאפס מאבד את משמעותו והמשתנה החדש הינו בסולם רווח. מגדר הוא משתנה שמי ולכן התשובה הנכונה היא ג.
2. סטיית תקן הינה מדד לפיזור התצפיות מסביב לממוצע והיא מחושבת כשורש של הסטייה הריבועית הממוצעת מהממוצע. לכן ככל שיש יותר תצפיות רחוקות מהממוצע נקבל סטיית תקן גדולה יותר וככל שיש יותר תצפיות קרובות לממוצע נקבל סטיית תקן קטנה יותר. במסעי 3 ישנן מעט מאד תצפיות השוות לממוצע ויותר תצפיות ככל שמתרחקים מהממוצע ולכן בגרף זה נקבל את סטיית התקן הגדולה ביותר.
3. המשכורות שהועלו היו קטנות מהממוצע היות והן היו כולן קטנות מציון תקן -0.9. על כן העלאת המשכורות הנמוכות תקרב אותן אל הממוצע וכך פיזור התצפיות מסביב לממוצע יקטן וסטיית התקן תקטן. היות ולא נתון בכמה הועלו המשכורות, במידה ולא היה נתון כי המשכורות שהועלו נותרו נמוכות מהממוצע 30 היה יכול להתאפשר מצב בו לאחר ההעלאה המשכורות שהועלו הפכו להיות המשכורות הגבוהות ביותר ואז היה יכול להתאפשר מצב בו סטיית התקן דוקא היתה גדלה. במצב שכזה התשובה היתה ד- לא ניתן לדעת. היות ונתון שהמשכורות נותרו נמוכות מהממוצע 30 ניתן לדעת כי המשכורות שהיו נמוכות לפני ההעלאה נותרו נמוכות גם לאחריה ולכן ניתן לדעת בוודאות שסטיית התקן קטנה ותשובה א נכונה.
4. התפלגות מתוקננת היא התפלגות ציוני תקן. בהתפלגות ציוני תקן **תמיד** הממוצע שווה 0 וסטיית התקן שווה 1. לכן כל עוד השינוי נעשה לפני התקנון סטיית התקן של ההתפלגות המתוקננת תהיה שווה 1 ולא יהיה בה כל שינוי כלומר תשובה ג' היא הנכונה.
5. היות וההתפלגות היא נורמלית ניתן לחשב ציון תקן לציון 39 ובאמצעות טבלת Z לבדוק מהו המאון של ציון תקן זה וכך לגלות מהו אחוז הציונים הנמצא מעליו. ציון התקן של 39 יחושב כך:
$$Z_x = \frac{x_i - \bar{x}}{S_x}$$

נציב את נתוני השאלה: $Z_x = \frac{39 - 34}{2.5}$, כלומר ציון התקן = 2. אחוז ההתפלגות הנמצא מעל לציון תקן 2 בהתפלגות נורמלית הוא כ- 2% והיות וישנם 200 נבדקים סה"כ ניתן לומר כי בקירוב 4 נבדקים קיבלו ציון הגבוה מ-39 (תשובה ג).
6. מתאם ספירמן מחושב על שני משתנים מסולם סדר ומעלה. במצב בו מתאם ספירמן גבוה ייתכנו מצבים שונים עבור מתאם פירסון היות ומתאם פירסון בשונה מספירמן מתחשב גם בהפרשים בין התצפיות ולא רק בדירוג ולכן **לא ניתן להסיק מעוצמתו של מתאם ספירמן על מתאם פירסון** ולכן תשובה ד נכונה. יוצא דופן ממקרה זה הוא כאשר מתאם ספירמן שווה לאפס ואז ניתן לדעת בוודאות שאין כלל קשר מונוטוני ולכן ודאי שגם מתאם פירסון יהיה שווה לאפס.
7. בהתפלגות נורמלית ציון תקן 1 נמצא באחוזון 84, כלומר ישנם 84 % מהתצפיות הקטנים ממנו או שווים לו ולכן רק 16% מההתפלגות מעליו כך שתשובה ד' היא הנכונה.
8. למעשה החוקר בנה את התפלגות הדגימה של הממוצעים. התפלגות הדגימה של הממוצעים מתפלגת עם ממוצע השווה לתוחלת האוכלוסייה וסטיית תקן השווה לסטיית התקן של האוכלוסייה לחלק לשורש גודל המדגמים לפיהם נבנתה התפלגות הדגימה. היות ונתון שגודל המדגמים גדול מ-1 הרי שסטיית התקן של התפלגות הדגימה הנתונה שווה לסטיית התקן של

האוכלוסייה לחלק למספר הגדול מ-1 כלומר שהתוצאה של חלוקה זו שווה בהכרח למספר הקטן מסטיית התקן של האוכלוסייה ולכן תשובה ב היא הנכונה.

9. המורה רוצה לבדוק קשר בין שני משתנים שמיים היות והוא מגדיר את שעות הלימוד ואת הציונים באופן קטגוריאלי ולכן המבחן המתאים לבדיקת השערתו הוא מבחן חי בריבוע (תשובה ג).

10. מתוך הגרף ניתן להניח שמדובר בשני משתנים בסולם רווח ומעלה ולכן ניתן לחשב עליהם מתאם ספירמן או פירסון. היות והקשר הינו מונוטוני, אך לא ליניארי, מתאם פירסון יהיה נמוך מספירמן, המתחשב בדירוגי התצפיות ויוכל לבטא בצורה הטובה ביותר את האופי הכמעט מונוטוני מושלם של הקשר בין המשתנים. לכן תשובה ב היא הנכונה.

11. במבחן טי למדגמים תלויים דרגות החופש שוות למספר הזוגות פחות 1 כלומר במקרה זה 24 דרגות חופש. במבחן טי למדגמים בלתי תלויים דרגות החופש שוות למספר התצפיות פחות 2 כלומר במקרה זה 48, ולכן לחוקר ב' יהיו יותר דרגות חופש (תשובה ב').

12. עלינו לחשב את סטטיסטי המבחן עבור השערת החוקר לפי הנוסחא של מבחן Z:

$$\frac{\bar{x} - \mu_x}{\sigma_x / \sqrt{n}} = \frac{12.5 - 14}{5 / \sqrt{25}} = -1.5$$

עבור השערה דו זנבית ברמת בטחון של 95% הערכים הקריטיים

הינם 1.645 ו-1.645, כלומר הערל שהתקבל אינו קיצוני מספיק על מנת לדחות את השערת האפס ולכן התשובה הנכונה היא ג'.

13. מהנתונים ניתן להבין כי המצב בעולם הוא שהשערת המחקר נכונה כלומר H_1 . השאלה למעשה שואלת על מצב בו H_1 נכונה והשערת האפס לא תדחה, כלומר על טעות מסוג שני. על מנת לחשב את הסיכוי לטעות מסוג שני עלינו לדעת מהי התוחלת של H_1 או לכל הפחות את ממוצע המדגם שהתקבל במחקר ואת ממוצע האוכלוסייה לפי השערת האפס, כמו גם את סטיית התקן של התפלגות הדגימה. היות ונתונים אלו אינם מופיעים בשאלה איננו יכולים לחשב סיכוי זה ותשובה ד' היא הנכונה.

14. הנתונים המופיעים בשאלה אינם מתאימים להנחות של המבחנים המופיעים במסיחים ולכן אף תשובה אינה נכונה (ד).

15. שני החוקרים מעוניינים לבחון את אותה שאלת מחקר בדרכים שונות. חוקר א' דוגם שתי קבוצות: ניסוי וביקורת, ולכן עליו לבצע מבחן t למדגמים בלתי תלויים. חוקר ב' דוגם קבוצה אחת ובוחן אותה לפני ואחרי ביצוע המניפולציה, ולכן עליו לבצע מבחן t למדגמים תלויים ולכן תשובה א נכונה. היות והשונות אינה ידועה, לא ניתן לבצע מבחן Z, בטח שלא מבחן להשוואה לתוחלת בודדת היות ומדובר על השוואה בין קבוצות ולכן תשובה ד אינה נכונה.

16. הסטטיסטי שיחושב הוא חי בריבוע. ראשית נמיר את האחוזים לכמות על ידי חישוב החלק היחסי מתוך 50 המחנכות ואז נשתמש בנוסחת חי בריבוע על מנת לחשב את ערך הסטטיסטי:

$$\chi^2 = \sum_{j=1}^k \frac{(O_j - E_j)^2}{E_j} = \frac{(5-10)^2}{10} + \frac{(20-25)^2}{25} + \frac{(25-15)^2}{15} = 2.5 + 1 + 6.66 = 10.16$$

ולכן

התשובה היא ג'.

17. ההתפלגות הינה צרה יותר ככל ששונותה קטנה יותר. שונות התפלגות הדגימה שווה לשונות האוכלוסייה לחלק לגודל המדגם ולכן עבור מדגמים הגדולים מ-1 נקבל התפלגויות דגימה עם שונות הקטנה משונות האוכלוסייה, כלומר התפלגות דגימה צרה יותר מהתפלגות המשתנה המקורית ולכן תשובה א' היא הנכונה.

18. המשתנה שמיעת מוזיקה הוא משתנה שמי עם שתי אפשרויות- כן/לא. המשתנה מצב הרוח יכול להימדד הן באופן שמי כפי שמופיע במסיה א' ואז הקשר ימדד באמצעות מבחן חי בריבוע והן באופן כמותי כפי שמופיע במסיה ב' ואז המבחן המתאים יהיה מבחן t למדגמים בלתי תלויים ולכן תשובות א' וב' שתיהן אפשריות כלומר תשובה ד' היא הנכונה.

19. בשימוש במבחן t למדגמים תלויים אנו למעשה בוחנים את ההבדל בין תוצאות שונות של אותם הנבדקים או של זוגות של נבדקים ומחשבים ממוצע של הפרשים אלו. בכך אנו בעצם מוציאים מהמשוואה את ההבדלים הבינאליים ונותרים עם האפקט של הניסוי על כל נבדק או זוג בפני עצמו. לכן תשובה ג' היא הנכונה.

20. ניתן לראות שהמתאם הוא שלילי בכך שעל כל שינוי ב- Y ישנו שינוי במגמה הפוכה ב- X . יחד עם זאת המתאם אינו מושלם היות ושינוי מסוים ב- Y מלווה בשינויים שונים ב- X . דוגמא לכך ניתן לראות במעבר בין $1=Y$ ל $3=Y$ המהווה תוספת של 2 ומלווה בהחסרה של 6 במשתנה X . במידה והמתאם היה מושלם היינו מצפים שהמעבר בין $3=Y$ ל $5=Y$ אשר גם הוא מהווה תוספת של 2, ילווה בהחסרה של 6 במשתנה X , אך הוא מלווה בהחסרה של 5. לכן המתאם הוא שלילי אך לא מושלם, כלומר תשובה ג' היא הנכונה.

21. החוקרת ביצעה טרנספורמציה ליניארית של חלוקת אחד המשתנים בקבוע חיובי. טרנספורמציה שכזו אינה משנה את המתאם ולכן המתאם ישאר 1-. לכן התשובה היא ב'. במידה והחוקרת היתה מבצעת הכפלה או חלוקה בקבוע שלילי המתאם היה משנה את כיוונו אך לא את עוצמתו.

22. נתון כי החוקר לא דחה את השערת האפס. טעות מסוג ראשון היא מצב של דחיית השערת האפס כשהיא נכונה, לכן לא ייתכן מצב של טעות מסוג ראשון במקרה שמציגה השאלה. טעות מסוג שני לעומת זאת היא מצב של אי דחיית השערת האפס כשהשערת האפס לא נכונה, לכן זה המצב היחידי האפשרי מבין אלו הנתונים במסיחים ותשובה ב' נכונה.

23. אחת מתכונותיה העיקריות של התפלגות נורמלית היא סימטריות. נתון שהאחוזון ה-16 שווה ל-50, והממוצע הוא 95, כלומר האחוזון ה-16 רחוק מהממוצע ב45 יחידות. בגלל הסימטריות של ההתפלגות האחוזון ה 84 והאחוזון ה 16 נמצאים באותו המרחק מהממוצע, בעוד האחוזון ה16 נמוך מהממוצע ב-34 אחוזים, האחוזון ה-84 גבוה מהממוצע ב-34 אחוזים. על כן עלינו להוסיף לממוצע 45 יחידות ואז נגיע ל140, הערך אליו שווה האחוזון ה-84 (תשובה ב').

24. בהתפלגות א-סימטרית שלילית סדר ממדי המרכז הוא שכיח<חציון<ממוצע<אמצע טווח. על כן מתחת לשכיח ישנו מספר מקסימלי של תצפיות בהשוואה למדדים האחרים ולכן המזכירה צדקה ותשובה ג' נכונה.

25. החוקרת דגמה 30 מורות ובדקה אותן לפני ואחרי ארוחת הבוקר ולכן המבחן המתאים הוא מבחן t למדגמים תלויים והתשובה הנכונה היא ג'.